

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	دوزدهم	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir					

ردیف	نمره	راهنمای تصحیح
۱	۰.۵	الف) نادرست (۰/۲۵) صفحه ۲۱ کتاب درسی ب) درست (۰/۲۵) صفحه ۲۳ کتاب درسی
۲	۱.۰۵	صفحات ۱۲ و ۱۶ کتاب درسی $C = ۳A + ۲B = \underbrace{\begin{bmatrix} -3 & 3m \\ -6 & 3m \end{bmatrix}}_{۰/۲۵} + \underbrace{\begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}}_{۰/۲۵} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 3m-6 \\ 0 & 3m+2 \end{bmatrix}}_{۰/۲۵}$ (اگر به صورت مستقیم ماتریس $C$ محاسبه شده بود $\underbrace{(۰/۷۵)}_{(۰/۷۵)}$ نمره داده شود.) $\frac{3m-6=0}{0/25} \Rightarrow 3m=6 \Rightarrow m=2 \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow ۹ = \text{مجموع درایه‌های قطر اصلی} \quad (۰/۲۵)$
۳	۱	صفحه ۲۰ کتاب درسی روش اول: $A^2 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}}_{۰/۵} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = ۲I \Rightarrow A^4 = \underbrace{A^2 \times A^2}_{۰/۲۵} = (2I) \times (2I) = 4I^2 = 4I$ $\Rightarrow A^8 = \underbrace{A \times A^7}_{۰/۲۵} = A \times (4I) = 4A \quad \text{یا} \quad A^8 = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ روش دوم: $A^2 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}}_{۰/۵} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = ۲I \Rightarrow A^4 = \underbrace{A \times A^3}_{۰/۲۵} = A \times (2I) = 2A$ $\Rightarrow A^8 = \underbrace{A^2 \times A^6}_{۰/۲۵} = (2I) \times (2A) = 4A \quad \text{یا} \quad A^8 = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ روش سوم: $A^2 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}}_{۰/۲۵} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^4 = \underbrace{A \times A^3}_{۰/۲۵} = \underbrace{A \times A^2}_{۰/۲۵} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A^8 = \underbrace{A \times A^7}_{۰/۲۵} = \underbrace{A \times A^4}_{۰/۲۵} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^8 = \underbrace{A \times A^4}_{۰/۲۵} = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ در صورتی که دانش آموزان محترم با پنج بار متوالی ضرب ماتریس توان پنجم ماتریس را به دست آورده باشند، به پاسخ نمره کامل تعلق گیرد

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳ ساعت شروع:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه صبح ۸:۰۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
الف) صفحه ۳۰ کتاب درسی		
ب) صفحه ۳۱ کتاب درسی		۴
۱.۷۵	$A = \begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۰ & ۳ \\ ۰/۲۵ \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = ۹$ $\begin{array}{ cc cc } \hline a & b & c & a & b \\ \hline ۰ & d & ۰ & ۰ & d \\ \hline e & ۰ & f & e & ۰ \\ \hline \end{array} \Rightarrow  A  = (adf + ۰ + ۰) - (edc + ۰ + ۰) = adf - edc$ $\begin{array}{ cc cc } \hline ka & kb & kc & ka & kb \\ \hline ۰ & d & ۰ & ۰ & d \\ \hline e & ۰ & f & e & ۰ \\ \hline \end{array} \Rightarrow  B  = kadf - kede = k(adf - edc) = k A $	
چنانچه مقدار دترمینان ماتریس های B و A به روش بسط نسبت به یک سطر یا ستون به دست آمده باشد هر مورد ۵/۰ نمره و به مقایسه و نتیجه گیری هم ۰/۲۵ نمره تعلق گیرد		
صفحه ۲۵ کتاب درسی		۵
۱.۵	$A = \begin{bmatrix} ۳ & -۴ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = ۶ - ۴ = ۲, A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} ۶ \\ ۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = ۳ (۰/۲۵) \\ y = ۲ (۰/۲۵) \end{cases}$ $A = \begin{bmatrix} ۳ & -۴ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = ۶ - ۴ = ۲, A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = ۳ (۰/۲۵) \\ y = ۲ (۰/۲۵) \end{cases}$	نگارشی دیگر: ۵
۰.۵	الف) نقطه (۰/۲۵) صفحه ۳۵ کتاب درسی	۶
صفحه ۳۹ کتاب درسی		۷
۱.۵	<p>مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله ۲cm باشند، دایره ای به مرکز A با شعاع ۲cm می باشد (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۳cm باشند، دو خط L و L' موازی با d و به فاصله ۳cm از آن هستند (۰/۲۵). نقطه برخورد آن دایره با این دو خط موازی (L و L')، جواب مسئله است. (۰/۲۵)</p> <p>بحث در وجود جواب:</p> <p>حالت اول: دایره یکی از خطوط L یا L' را در دو نقطه قطع می کند. در این حالت مسئله دو جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>حالت دوم: دایره بر یکی از خطوط L یا L' مماس است. در این حالت مسئله یک جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>حالت سوم: دایره هیچ یک از خطوط L و L' را قطع نمی کند. در این حالت مسئله فاقد جواب است. (۰/۲۵)</p> <p>(اگر حالت های بالا با رسم شکل بیان شده باشد به هر حالت (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد.)</p>	

<b>ریاضی و فیزیک</b>	رشته:	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir		دوازدهم

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱.۵	<p style="text-align: center;"><math>O(2, -3)</math>, <math>r = 3</math></p> $\underbrace{O'(-1, 1)}_{\circ/25}, \underbrace{r' = \frac{1}{2} \sqrt{8 - 4m}}_{\circ/25}$ $\underbrace{d = OO'}_{\circ/25} = \sqrt{9 + 16} = 5, \underbrace{r + r' = d}_{\circ/25} \Rightarrow 3 + \sqrt{8 - 4m} = 5 \Rightarrow \underbrace{\sqrt{8 - 4m} = 2}_{\circ/5} \Rightarrow 8 - 4m = 4 \Rightarrow m = -2$ <p style="text-align: right;"><u>نکارشی دیگر:</u></p> $\underbrace{O'(-1, 1)}_{\circ/25}, \underbrace{r' = \frac{1}{2} \sqrt{8 - 4m}}_{\circ/25}$ $\underbrace{d = OO'}_{\circ/25} = \sqrt{9 + 16} = 5, \underbrace{r + r' = d}_{\circ/25} \Rightarrow 3 + \frac{1}{2} \sqrt{8 - 4m} = 5 \Rightarrow \underbrace{\sqrt{8 - 4m} = 4}_{\circ/5} \Rightarrow 8 - 4m = 16 \Rightarrow m = -2$	صفحه ۴۶ کتاب درسی
۱.۲۵	<p style="text-align: center;">شعاع عمود بر وتر آن وتر را نصف می کند، لذا <math>\underbrace{HB = 3}_{\circ/25}</math></p> <p style="text-align: center;">(یا تعیین <math>HB</math> روی شکل <math>\underbrace{(0/25)}_{\circ/25}</math> نمره)</p> $\underbrace{OH = \frac{ 4+3-2 }{\sqrt{16+9}} = \frac{5}{5} = 1}_{\circ/25} \Rightarrow \underbrace{r^2 = OH^2 + HB^2 = 1+9 = 10}_{\circ/25}$ <p style="text-align: center;"><u>معادله دایرده:</u> <math>\underbrace{(x-1)^2 + (y+1)^2 = 10}_{\circ/5}</math></p>	صفحه ۱۴۳ کتاب درسی ۹

ریاضی و فیزیک	رشته:	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir		دوازدهم

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

الف) صفحه ۴۹ کتاب درسی

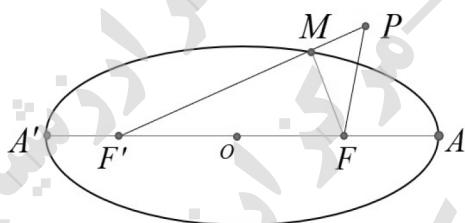
$$\underbrace{\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{cases}}_{\circ / 25}, \underbrace{a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 9 = 4 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{5}}_{\circ / 25} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

روش اول:

$$\underbrace{\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{cases}}_{\circ / 25}, \underbrace{e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}}_{\circ / 25}$$

روش دوم:

ب) صفحه ۴۷ کتاب درسی

 محل تلاقی  $PF'$  با بیضی را  $M$  می نامیم (یا مشخص کردن  $M$  روی شکل).  $(\circ / 25)$ در مثلث  $PMF$  بنا بر قضیه نامساوی مثلث داریم:  $\underbrace{PF + MP > MF}_{\circ / 25}$ پس با افزودن  $MF'$  به طرفین نامساوی خواهیم داشت:

$$\underbrace{PF + \overbrace{MP + MF'} > MF + MF'}_{\circ / 25} \Rightarrow \underbrace{PF + PF' > 2a}_{\circ / 25}$$

نگارشی دیگر:

 محل تلاقی  $PF'$  با بیضی را  $M$  می نامیم (یا مشخص کردن  $M$  روی شکل).  $(\circ / 25)$ 

$$PF + PF' = \underbrace{PF + \overbrace{PM + MF'}}_{\circ / 25} > \underbrace{MF + MF'}_{\circ / 25} = \underbrace{2a}_{\circ / 25}$$

صفحه ۵۵ کتاب درسی

$$\underbrace{y^2 - 4y = 4x}_{\circ / 25} \Rightarrow y^2 - 4y + 4 = 4x + 4 \Rightarrow (y - 2)^2 = 4(x + 1)$$

لذا سهمی فوق یک سهمی افقی رو به راست می باشد و در آن داریم:

$$\underbrace{\begin{cases} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \end{cases}}_{\circ / 5} \Rightarrow \underbrace{S(-1, 2)}_{\circ / 5} \quad \text{و راس سهمی} \quad \underbrace{4a = 4 \Rightarrow a = 1}_{\circ / 25}$$

$$\underbrace{F(0, 2)}_{\circ / 25} \quad \text{کانون} \quad \underbrace{x = -2}_{\circ / 25} \quad \text{خط هادی}$$

(اگر خواسته های سوال از روی شکل مشخص شده بود همانند بارم بندی بالا نمره تعلق گیرد.)

الف) $x = 2$ $(\circ / 25)$ صفحه ۶۶ کتاب درسی      ب) $(2, 1, 0)$ $(\circ / 25)$ صفحه ۷۶ کتاب درسی	۱۱
پ) صفر $(\circ / 25)$ صفحه ۸۲ کتاب درسی      ت) $(\bar{3k}, 0, 0)$ $(\circ / 25)$ صفحه ۸۲ کتاب درسی	۱۲

ریاضی و فیزیک	رشته:	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir		دوازدهم

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱۳	<p>صفحه ۷۹ کتاب درسی</p> <p>روش اول: فرض می کنیم <math>\theta</math> زاویه بین دو بردار غیر صفر <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> باشد، در این صورت:</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta \Rightarrow  \vec{a} \cdot \vec{b}  =  \vec{a}   \vec{b}   \cos \theta  \leq  \vec{a}   \vec{b}  (1) =  \vec{a}   \vec{b} $ <p>روش دوم: فرض می کنیم <math>(\vec{a}, \vec{b}) = (a_1, a_2, a_3)</math>, <math>\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)</math> در این صورت:</p> $ \vec{a} \cdot \vec{b}  \leq  \vec{a}   \vec{b}  \Leftrightarrow  \vec{a} \cdot \vec{b} ^2 \leq  \vec{a} ^2  \vec{b} ^2 \Leftrightarrow (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2)$ $\Leftrightarrow a_1^2 b_1^2 + a_2^2 b_2^2 + a_3^2 b_3^2 + 2a_1 b_1 a_2 b_2 + 2a_1 b_1 a_3 b_3 + 2a_2 b_2 a_3 b_3 \leq a_1^2 b_1^2 + a_1^2 b_2^2 + a_1^2 b_3^2 + a_2^2 b_1^2 + a_2^2 b_2^2 + a_2^2 b_3^2 + a_3^2 b_1^2 + a_3^2 b_2^2 + a_3^2 b_3^2$ $\Leftrightarrow a_1^2 b_1^2 - 2a_1 b_1 a_2 b_2 + a_2^2 b_1^2 - 2a_1 b_1 a_3 b_3 + a_3^2 b_1^2 - 2a_2 b_2 a_3 b_3 + a_3^2 b_2^2 \Leftrightarrow (a_1 b_1 - a_2 b_2)^2 + (a_1 b_1 - a_3 b_3)^2 + (a_2 b_2 - a_3 b_3)^2$ <p>چون رابطه اخیر همواره درست بوده و روابط بالا بازگشت پذیرند پس حکم همواره برقرار است. (۰/۲۵)</p>	صفحه ۷۹ کتاب درسی

۱۴	صفحات ۸۰ و ۸۴ کتاب درسی
۱.۷۵	$\vec{c} = ۲\vec{a} - \vec{b} = (۳, -۱, ۱) - (۱, ۰, ۱) = (۲, -۱, ۰)$ $\vec{c} \cdot \vec{b} = ۲ + ۰ + ۰ = ۲$ $ \vec{b}  = \sqrt{۱ + ۰ + ۱} = \sqrt{۲}$ $\vec{c}' = \frac{\vec{c} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{۲}{۲} (۱, ۰, ۱) = (۱, ۰, ۱)$

۱.۵	صفحه ۸۴ کتاب درسی
۱.۵	$\overrightarrow{AB} = (-1, -2, 0)$ $\overrightarrow{AC} = (-1, 0, 3)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (-6, 3, -2)$ $S_{ABC} = \frac{1}{2}  \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}  = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 9 + 4} = \frac{7}{2}$

ریاضی و فیزیک	رشته:	۱۴۰۳/۰۵/۲۳	تاریخ آزمون:	دوازدهم
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳				دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir
نمره	راهنمای تصحیح			ردیف

صفحه ۸۳ کتاب درسی

روش اول:

روش دوم:

۱۶

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -2 \Rightarrow V = \underbrace{|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|}_{\circ/25} = |-2| = 2$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1, 1, -1) \Rightarrow \underbrace{\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})}_{\circ/25} = 0 - 1 - 1 = -2 \Rightarrow V = \underbrace{|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|}_{\circ/25} = |-2| = 2$$

(اگر برای محاسبه حجم متوازی السطوح از ترتیب های دیگر ضرب مختلط استفاده شده بود مشابه بالا نمره داده شود.)